



L'INSEGNAMENTO DELLA FISICA  
E DELLE SCIENZE IN UNA  
PROSPETTIVA SISTEMATICA,  
STORICA E CRITICA

BOLOGNA / 27-29 GENNAIO 2022

# Più lungo che alto?

Massimiliano Di Blasi – Dipartimento di matematica e fisica  
Università degli Studi Roma Tre



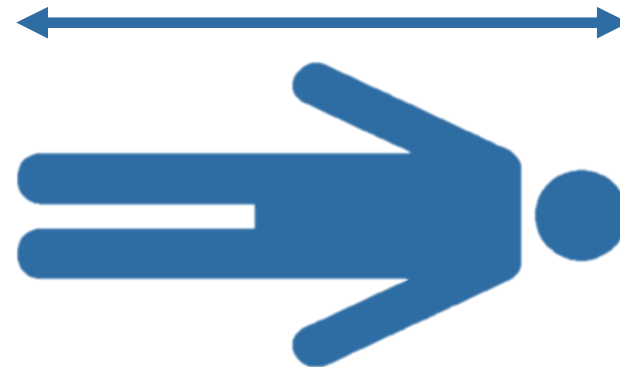


# Siamo tanto alti quanto lunghi?

Altezza



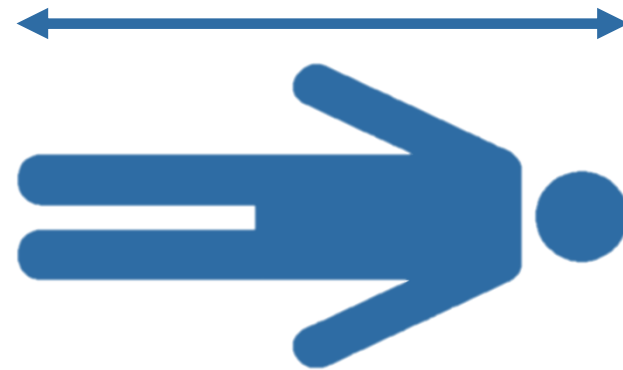
Lunghezza





# Come migliorare la misura?

- Scegliere **una persona** per gruppo e fare:
  - 5 misure dell'altezza, in piedi
  - 5 misure della lunghezza, sdraiata





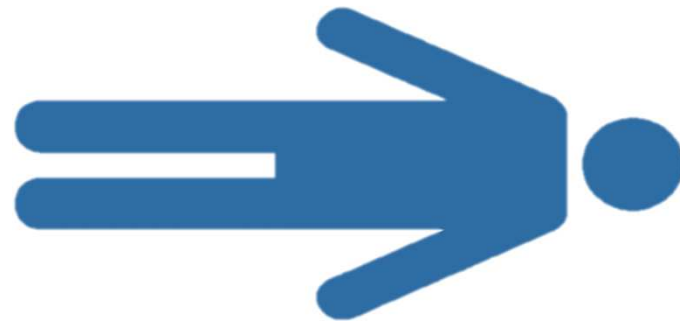
# Misuriamo

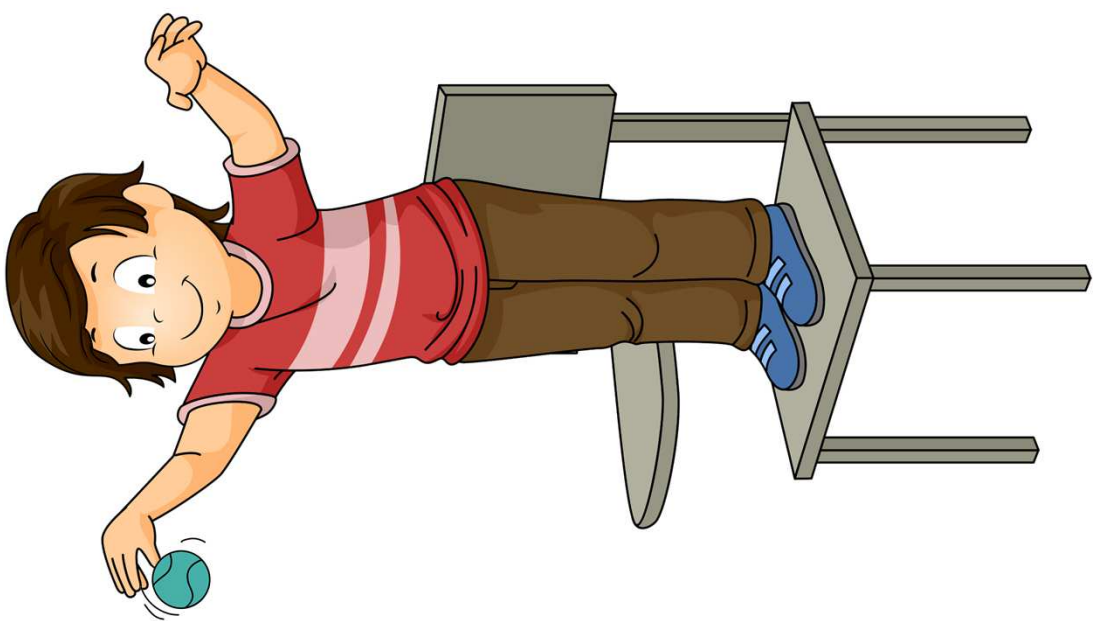




# Ipotesi

E' ragionevole pensare che si sia più lunghi da sdraiati che alti da in piedi?







# Perché si ottengono diversi risultati per la stessa misura?

- la diversa manualità dell'osservatore
- differenze nella posizione del misurando
- differenza nell'allineamento della squadra/libro
- la sommità del capo non è ben definita
- il metro che misura la distanza dal pavimento al "segno" non è perfettamente verticale



# Miglior stima della misura

- *Media di N misure*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Formula in excel **MEDIA()**





# Come stimare l'incertezza della misura?

- *Semidispersione massima*

$$\varepsilon = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

1. La semi-dispersione è l'errore massimo?



# Come stimare l'incertezza della misura?

- *Semidisersione massima*

$$\varepsilon = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

2. Se ora misurassimo nuovamente l'altezza, ci potremmo aspettare un valore certamente entro  $x_{max}$  e  $x_{min}$ ?



# Come stimare l'incertezza della misura?

- *Semidisersione massima*

$$\varepsilon = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

3. Possiamo aspettarci un valore probabilmente entro  $x_{max}$  e  $x_{min}$  ?



# Come stimare l'incertezza della misura?

- **Deviazione standard**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Formula in excel **DEV.ST()**



# Come stimare l'incertezza della misura?

- **Deviazione standard**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

1. La deviazione standard usa **tutti** i dati di un set di misura, non solo gli estremi



# Come stimare l'incertezza della misura?

- **Deviazione standard**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

2. Il teorema di Cebyšëv stabilisce che, per qualunque distribuzione di risultati, la probabilità che il valore osservato differisca dal valore vero per più di  $n \cdot \sigma$  è sempre minore di  $1/n^2$ :



# Come stimare l'incertezza della misura?

- L'incertezza della media

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

L'incertezza sulla media è data dal rapporto tra la deviazione standard  $\sigma$  e  $\sqrt{N}$



- *Media di N misure*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- **Deviazione standard**  
Formula in excel **DEV.ST.C()**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

- **L'incertezza della media**

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$





# Altezza e lunghezza sono compatibili?

- Differenza tra i due valori medi  **$D$**

$$D = \overline{x_A} - \overline{x_B}$$

- Incertezza della differenza

$$\sigma_D = \sqrt{\sigma_{\overline{x_A}}^2 + \sigma_{\overline{x_B}}^2}$$

- Se Altezza e lunghezza sono compatibili, il valore ottenuto della loro differenza deve essere compatibile con lo zero



## Obbiettivi di apprendimento

- Si riconosce l'errore come insito nel processo di misura
- Si affronta in modo critico il problema di definire l'errore di misura
- Si impara a:
  - quantificare l'affidabilità di un dato sperimentale
  - utilizzare la deviazione standard per il calcolo degli errori
  - trattare in modo quantitativo gli errori di misura
  - confrontare i risultati di misure diverse
  - usare un foglio elettronico per semplici calcoli statistici (media, dev.st, errore della media)



# Domande?



## Contatti:

[dibiasi.massi@gmail.com](mailto:dibiasi.massi@gmail.com)

# Errori di misura: Più lungo che alto

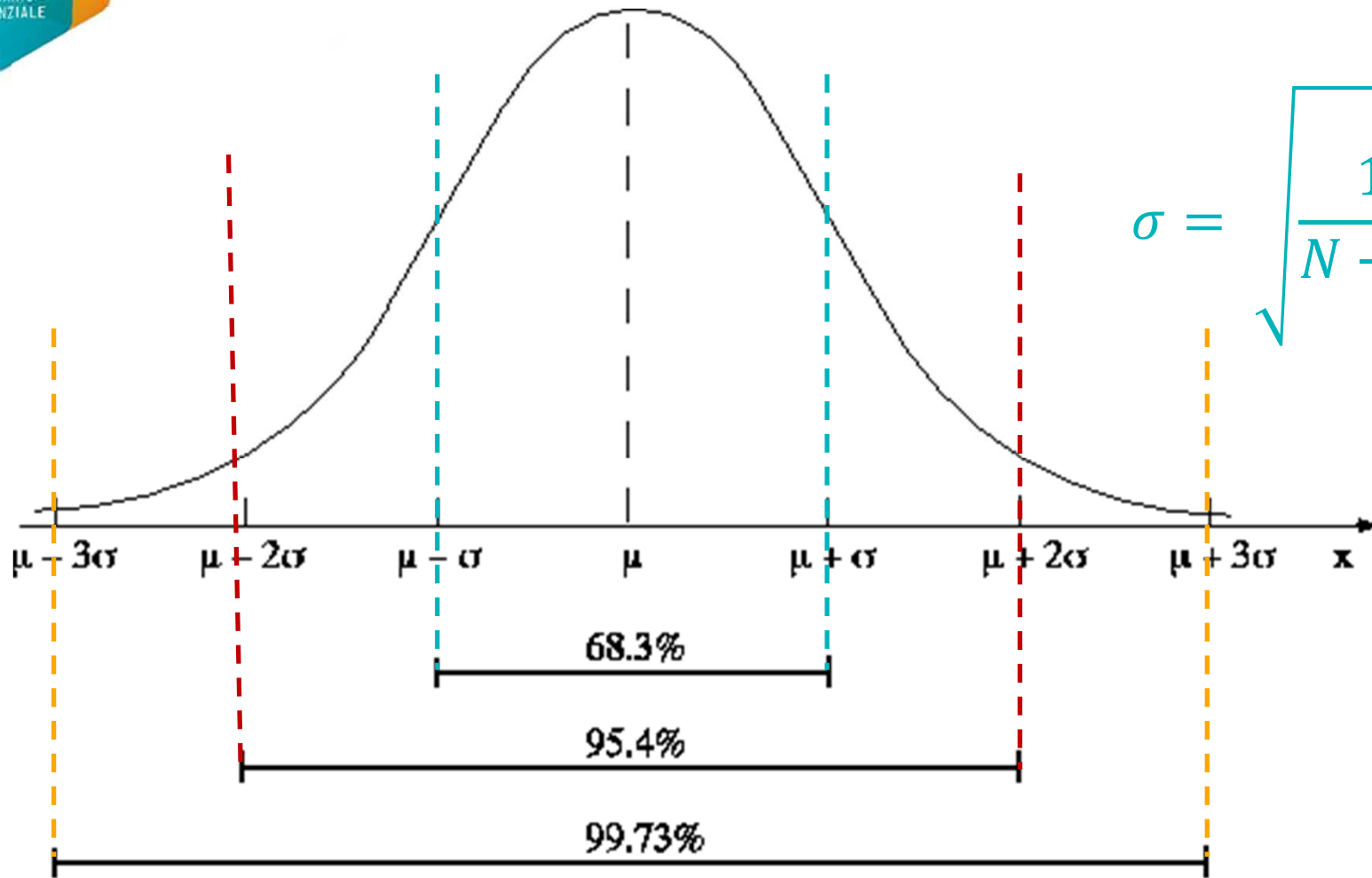
Esprimento 171



Massimiliano Di Blasi – Università degli Studi Roma Tre



## Come stimare l'errore sulla misura?



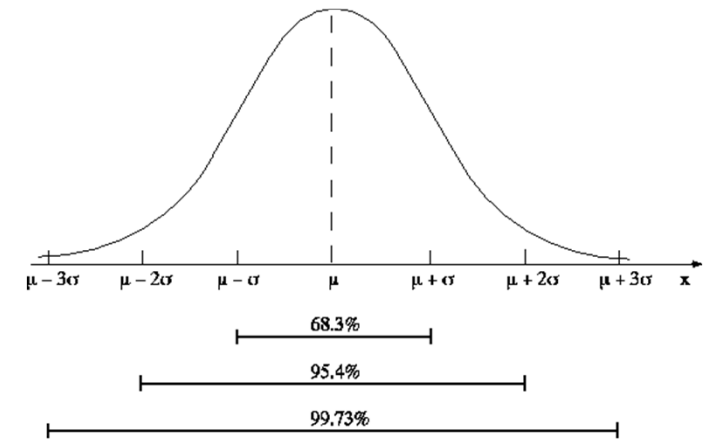
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$



# Come stimare l'errore sulla misura?

Per una distribuzione gaussiana:

- $P(|x_m - \mu| < 1 \cdot \sigma) = 68,3\%$
- $P(|x_m - \mu| < 1,64 \cdot \sigma) = 90,0\%$
- $P(|x_m - \mu| < 1,96 \cdot \sigma) = 95,0\%$
- $P(|x_m - \mu| < 2 \cdot \sigma) = 95,5\%$
- $P(|x_m - \mu| < 2,58 \cdot \sigma) = 99,0\%$
- $P(|x_m - \mu| < 3 \cdot \sigma) = 99,7\%$





# I due valori ottenuti sono compatibili?

- Variabile  $t$

$$t = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

- Confrontando  $t$  con  $n \cdot \sigma$  possiamo dire con che livello di confidenza i due valori sono o non sono compatibili



## I due valori ottenuti sono compatibili?

- $t < 1 \cdot \sigma = 68,3\%$
- $t < 1,68 \cdot \sigma = 90,0\%$
- $t < 1,96 \cdot \sigma = 95,0\%$
- $t < 2 \cdot \sigma = 95,5\%$
- $t < 2,58 \cdot \sigma = 99,0\%$
- $t < 3 \cdot \sigma = 99,7\%$





# Come stimare l'incertezza sulla media?

- L'incertezza della media

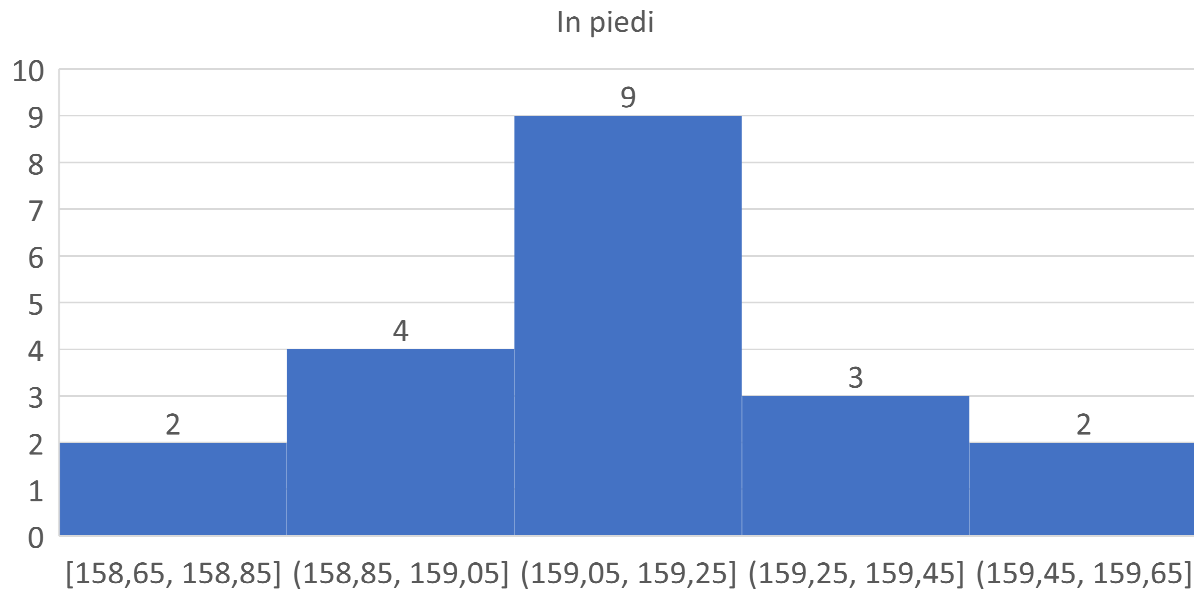
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

- L'incertezza totale

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2 + \sigma_{sen}^2}$$



In piedi



$$\overline{x}_A = 159,165 \text{ cm}$$

$$\sigma_A = 0,22$$

$$\sigma_{\bar{x}_A} = 0,051 \text{ cm}$$

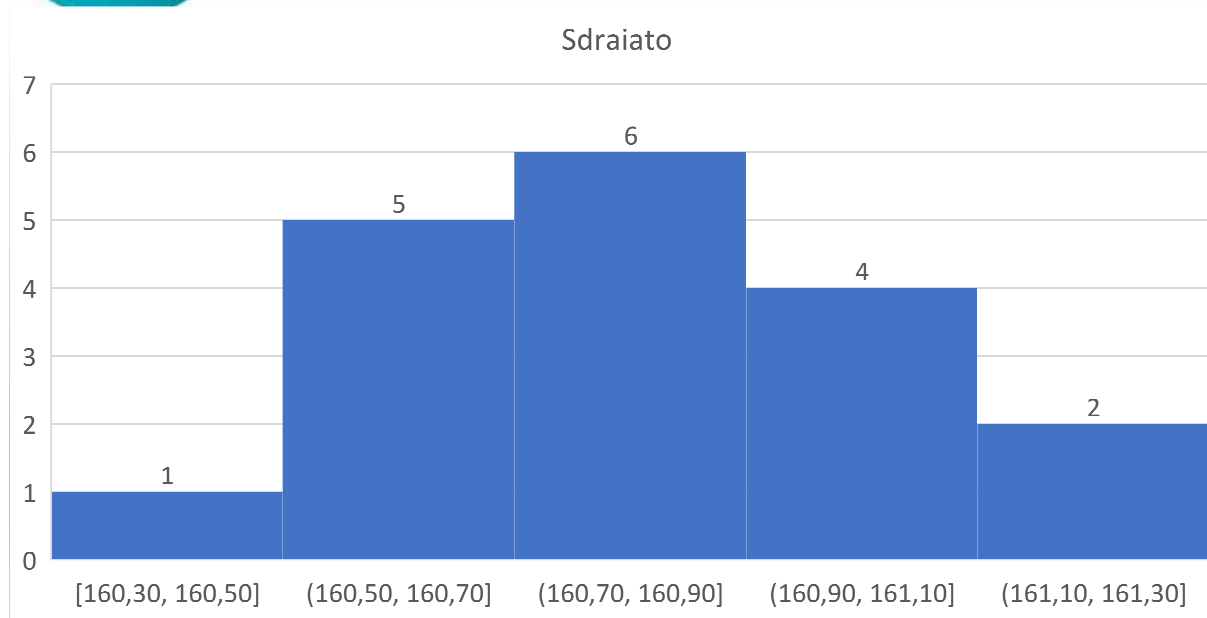
$$S = 0,1 \text{ cm}$$

$$\sigma_s = \frac{S}{\sqrt{12}} = 0,029 \text{ cm}$$

$$\overline{x}_A \pm \sigma_{tot} = 159,165 \pm 0,058 \text{ cm}$$



## Sdraiato



$$\overline{x}_B = 160,847 \text{ cm}$$

$$\sigma_B = 0,22 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\overline{x}_B} = 0,051 \text{ cm}$$

$$S = 0,1 \text{ cm}$$

$$\sigma_s = \frac{S}{\sqrt{12}} 0,029 \text{ cm}$$

$$\overline{x}_B \pm \sigma_{tot} = 160,847 \pm 0,058 \text{ cm}$$



$$\overline{x}_A \pm \sigma_{A,tot} = 159,165 \pm 0,058 \text{ cm}$$

$$\overline{x}_B \pm \sigma_{B,tot} = 160,847 \pm 0,058 \text{ cm}$$

$$D = |x_A - x_B| = 1,682 \qquad \sigma_D = \sqrt{\sigma_{A,tot}^2 + \sigma_{B,tot}^2}$$

$$D \pm \sigma_D = 1,682 \pm 0,081 \text{ cm}$$

$t = \frac{D}{\sigma_D} = 20,56 \gg 1,96 \rightarrow$  i due valori non sono compatibili, altezza e lunghezza sono diverse